

# 基于证据理论和中智集的不确定数据融合方法研究<sup>①</sup>

张文德 李燕园

(福州大学信息管理研究所 福建福州 350108)

**摘要** [目的] 针对多属性群决策中的不确定数据融合问题, 提出基于证据理论和中智集的不确定数据融合方法。[方法] 首先, 利用中智信息熵确定属性数据权重, 并将专家对各属性的以单值中智数形式表示的评价数据转化为基本概率分配函数形式, 利用 D-S 证据合成公式将专家关于方案集的多属性证据进行融合。然后, 利用证据冲突度度量不同专家之间的评价数据的冲突程度并确定各专家权重, 再利用 D-S 证据合成公式将所有专家关于方案集的数据进行融合。[结果] 从智慧校园背景下的智慧教室建设方案选择场景中提炼具体问题, 通过实例进行验证分析。[局限] 中智环境下的 D-S 证据合成公式及基本概率分配函数的构造有待进一步优化与完善。[结论] 本文所提出的方法具有一定的合理性与有效性。

**关键词** 多属性群决策; 数据融合; 证据理论; 单值中智集; 中智熵

## Research on Uncertain Data Fusion Method Based on Evidence Theory and Neutrosophic Sets

Zhang Wende Li yanyuan

(Information Management Institute, Fuzhou University, Fuzhou, Fujian, 350108, China)

**Abstract** [Objective] Aiming at the problem of uncertain data fusion in multi-attribute group decision making, an uncertain data fusion method based on evidence theory and intelligence set is proposed. [Methods] Firstly, the weight of attribute data is determined by using Chinese intelligence information entropy, and the evaluation data of each attribute in the form of single valued Chinese intelligence number is transformed into the form of basic probability distribution function, and the multi-attribute evidence of experts about the scheme set is fused by using D-S evidence synthesis formula. Then, the conflict degree of evidence is used to measure

<sup>①</sup>本文系福建省教育厅科技项目“不确定数据融合机理及方法研究”(JAT200060)的研究成果之一。

the conflict degree of evaluation data among different experts, and the weight of each expert is determined. Then, the D-S evidence synthesis formula is used to fuse the data of all experts about the scheme set. [ **Results** ] The specific problems were extracted from the scenario of smart classroom construction scheme selection under the background of smart campus, and verified and analyzed by examples. [ **Limitation** ] The construction of D-S evidence composition formula and basic probability distribution function in Chinese intelligence environment needs to be further optimized and improved. [ **Conclusions** ] The method proposed in this paper is reasonable and effective.

**Keywords** Multiple Attribute Group Decision Making; Data Fusion; Evidence Theory; Single-valued Neutrosophic Set; Entropy of Neutrosophic Sets

## 1 引言

多属性群决策是指相关领域的多名专家对每个方案的多个属性进行打分,最终通过数据融合完成备选方案排序和选择的过程。群决策在解决复杂的现实问题时能够融合群体专家的意见,使决策结果更为科学合理,因而在近年来受到广大学者的高度关注。由于决策环境的复杂性以及决策者在知识结构、个人偏好上的差异性,决策者往往难以给出精确的决策信息,只能给出较为模糊和不确定的信息,因此对不确定性多属性决策问题进行研究具有其必要性与重要性。目前,对于不确定性多属性决策方法的研究主要集中在两方面:一是依托不同类型不确定信息的多属性决策研究。随着决策环境的日益复杂以及决策者本身的认知模糊性,传统的实数型信息已无法实现对研究对象基本特征的精确刻画,于是出现了模糊集<sup>[1]</sup>、直觉模糊集<sup>[2]</sup>、中智集<sup>[3]</sup>等理论,用于对不确定信息进行精确表达,解决各类不确定性多属性决策问题,如模糊多属性决策<sup>[4]</sup>、直觉模糊多属性决策<sup>[5-6]</sup>、语言多属性决策<sup>[7]</sup>、中智集多属性决策<sup>[8]</sup>等;二是不确定数据融合方法在多属性决策中的应用研究。这一部分的研究主要集中在利用各种不确定数据融合方法解决多属性决策问题中的数据融合问题,如数据融合

算子方法<sup>[9]</sup>、贝叶斯方法<sup>[10]</sup>、D-S证据理论<sup>[11]</sup>、人工智能类<sup>[12]</sup>数据融合方法等在不确定性多属性决策问题中的应用等。

上述不确定数据融合方法均已被证明是行之有效的方法,但实践也证明这些方法都有其固有的局限性,使其应用受到一定的限制。如贝叶斯方法,模糊集理论往往只偏重于对不完善数据的不确定性刻画,人工智能类数据融合方法无法用严谨的理论推导解释其融合结果的合理性,只有D-S证据理论以及最近由模糊集理论拓展而来的中智集理论提供了描述不完善、不确定数据源所有属性特征的数据融合方法,同时具备一定的理论基础。因此,这两种不确定数据融合方法逐渐成为国内外专家学者研究的重点。

中智集的概念由Smarandache于1999年首次提出。中智集由相互独立的真实隶属函数、不确定隶属函数和谬误隶属函数三者共同组成。近年来,经过学者们持续不断地深入研究,中智集理论已经取得了一定程度的发展。如Wang等<sup>[13-14]</sup>提出了区间中智集和单值中智集的概念,王坚强等<sup>[15]</sup>提出了多值中智集的概念,作为模糊集、直觉模糊集的拓展,中智集相较于其他理论能够更加细腻全面地表达不确定性信息,更具有一般性与广泛性。证据理

论由Dempster于1967年提出,后经他的学生Shafer进行了推广和完善,因此也被称为D-S证据理论。D-S证据理论作为一种不确定性推理方法,其能够在不需要先验概率的情况下仅依靠证据的积累便可不断缩小假设集。同时,目前的不确定数据融合方法大多需要在特定的信息环境中才能够产生作用,如各类信息环境下的数据融合算子,而D-S证据理论相比于其他不确定数据融合方法,适用范围更加广泛,能够适应各类不同的信息环境。

基于此,本文将D-S证据理论扩展至单值中智数环境下,首先利用单值中智熵确定属性数据权重,并将专家对各属性的以单值中智数形式表示的评价数据转化为基本概率分配函数形式,利用D-S证据理论将专家关于方案集的多属性证据进行融合。然后,利用证据冲突度量不同专家之间的评价数据的冲突程度并确定各专家权重,再利用D-S证据理论将所有专家关于方案集的数据进行融合。最后,从智慧校园背景下的智慧教室建设方案选择场景中提炼具体问题,进行算例分析,以此验证本文所提出方法的合理性与有效性。

## 2 基于单值中智熵的属性数据融合

### 2.1 中智集理论

定义1<sup>[16]</sup> 设 $X$ 为对象集, $x$ 为其中任意一个元素, $X$ 上的一个中智集 $A$ 可以由真实程度函数 $T_A(x)$ 、不确定程度函数 $I_A(x)$ 及谬误程度函数 $F_A(x)$ 表示,其中 $T_A(x)$ 、 $I_A(x)$ 和 $F_A(x)$ 是 $[0^-, 1^+]$ 的标准或非标准实数子集,非标准实数有限数 $1^+=1+\varepsilon$ ,"1"是它的标准部分," $\varepsilon$ "大于0且为无穷小数,是它的非标准部分,且 $0^- \leq \sup T_A(x) + \sup I_A(x) + \sup F_A(x) \leq 3^+$ 。

定义2<sup>[16]</sup> 设 $X$ 为对象集, $x$ 为其中任意一个元素, $X$ 上的一个单值中智集 $A$ 可以由真实程

度函数 $T_A(x)$ 、不确定程度函数 $I_A(x)$ 及谬误程度函数 $F_A(x)$ 表示, $A=\{\langle x, T_A(x), I_A(x), F_A(x) \rangle | x \in X\}$ ,其中 $T_A(x)$ 、 $I_A(x)$ 、 $F_A(x) \in [0, 1]$ ,并满足 $0 \leq T_A(x) + I_A(x) + F_A(x) \leq 3$ 。因此,在对象集 $X$ 中一个单值中智数可以表示为 $a=\{T_A(x), I_A(x), F_A(x)\}$ ,全体单值中智数的集合成为单值中智集,其向量形式记为 $A$ :

$$A=[\langle T_A(x_1), I_A(x_1), F_A(x_1) \rangle, \langle T_A(x_2), I_A(x_2), F_A(x_2) \rangle, \dots, \langle T_A(x_n), I_A(x_n), F_A(x_n) \rangle]$$

定义3<sup>[16]</sup> 对于任意 $z_{ij}$  ( $i=1, 2, \dots, m$ ;  $j=1, 2, \dots, n$ ) 都是单值中智数,则矩阵 $Z=(z_{ij})_{m \times n}$ 称为单值中智矩阵。

根据证据理论中的Mass函数定义,单值中智集向量 $A$ 中的单值中智数可表示为识别框架 $\Theta$ 上的Mass函数,则其Mass函数满足以下条件:

$$\begin{cases} m_A(\varphi)=0, m_A(x_i) = \frac{T_A(x_i)}{\sum_{i=1}^n [1-F_A(x_i)]} \\ m_A(\Theta)=1-\sum_{i=1}^n m_A(x_i) \end{cases} \quad (1)$$

### 2.2 问题描述

现有 $n$ 个可行方案 $x_j$  ( $j=1, 2, \dots, n$ ) 组成方案集 $X=\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ ,由 $K$ 个专家 $P_k$  ( $k=1, 2, \dots, K$ ) 组成一个决策群体对每个方案关于 $m$ 个属性 $o_i$  ( $i=1, 2, \dots, m$ ) 组成属性集 $O=\{o_1, o_2, \dots, o_m\}$ 进行评价。

设专家 $P_k$ 对方案 $x_j$ 关于属性 $o_i$ 的评价值可表示为单值中智数 $d_{ij}^k = \langle T_{ij}^k, I_{ij}^k, F_{ij}^k \rangle$ ,可得到专家 $P_k$ 的单值中智决策矩阵 $D^k=(d_{ij}^k)_{m \times n}$ ,即为:

$$D^k = \begin{bmatrix} o_1 & \langle T_{11}^k, I_{11}^k, F_{11}^k \rangle & \langle T_{12}^k, I_{12}^k, F_{12}^k \rangle & \dots & \langle T_{1n}^k, I_{1n}^k, F_{1n}^k \rangle \\ o_2 & \langle T_{21}^k, I_{21}^k, F_{21}^k \rangle & \langle T_{22}^k, I_{22}^k, F_{22}^k \rangle & \dots & \langle T_{2n}^k, I_{2n}^k, F_{2n}^k \rangle \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ o_m & \langle T_{m1}^k, I_{m1}^k, F_{m1}^k \rangle & \langle T_{m2}^k, I_{m2}^k, F_{m2}^k \rangle & \dots & \langle T_{mn}^k, I_{mn}^k, F_{mn}^k \rangle \end{bmatrix}$$

## 2.3 基于单值中智熵的属性权重确定

专家 $P_k$ 关于属性 $o_i(i=1, 2, \dots, m)$ 的单值中智熵 $E_i^k$ 为:

$$E_i^k = 1 - \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (T_{ij}^k + F_{ij}^k) |2I_{ij}^k - 1| \quad (2)$$

在单值中智决策矩阵 $D^k$ 中, 对任意一个属性 $o_i$ , 可根据式(3)计算出其中智熵。熵表示属性值的不确定性, 熵越大, 不确定性越大, 则权重可表示为:

$$\omega_i^k = \frac{1 - E_i^k}{\sum_{i=1}^m (1 - E_i^k)} \quad (i=1, 2, \dots, m) \quad (3)$$

则专家关于属性集的权重矩阵 $W^k$ 表示为:

$$W^k = [\omega_1^k, \omega_2^k, \dots, \omega_m^k]^T (k=1, 2, \dots, K)$$

## 2.4 证据理论

定义4<sup>[17]</sup> 设一非空集合包含人们对某一决策问题所能考虑到的所有结果, 且所有结果之间互斥并完整地描述了某一决策问题的所有可能, 则称其为识别框架 $\Theta$ 。

定义5<sup>[17]</sup> 集函数 $m: 2^\Theta \rightarrow [0, 1]$ 满足以下公式: ① $m(\varphi)=0$ , ② $\sum_{A \subseteq \Theta} m(A)=1$ , 则称函数 $m$ 为 $\Theta$ 上的基本概率分配函数或Mass函数。 $m(A)$ 表示分配给 $A$ 本身的置信测度, 即支持命题 $A$ 本身发生的程度。若 $A \subseteq \Theta$ , 且 $m(A) > 0$ , 则称 $A$ 为证据的焦点。所有焦点的集合称为核。

定义6<sup>[17]</sup> 设 $\Theta$ 为识别框架, 集函数 $2^\Theta \rightarrow [0, 1]$ 为识别框架上的Mass函数,  $\forall A, B \subseteq \Theta$ , 则称由 $Bel(A) = \sum_{B \subseteq A} m(B)$ 所定义的函数 $Bel: 2^\Theta \rightarrow [0, 1]$ 为 $\Theta$ 上的信任函数。

定理<sup>[7]</sup> (D-S证据合成规则) 设 $Bel_1, Bel_2, \dots, Bel$ 为同一识别框架 $\Theta$ 的信任函数,  $m_1, m_2, \dots, m_n$ 是其对应的Mass函数, 则有以下公式:

$$[m_1 \oplus m_2 \oplus \dots \oplus m_n](A) = \begin{cases} 0, & A = \varphi \\ \frac{\sum_{A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n = A} m_1(A_1) m_2(A_2) \dots m_n(A_n)}{(1-K)} \end{cases} \quad (4)$$

其中,  $K = \sum_{A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n = \varphi} m_1(A_1) m_2(A_2) \dots m_n(A_n)$ , 表示证据间的冲突系数。

## 2.5 考虑属性权重的证据融合

已知专家 $P_k$ 对属性 $o_i$ 关于方案集评价的单值中智向量记为 $d_i^k$ , 即:

$$d_i^k = [\langle T_{i1}^k, I_{i1}^k, F_{i1}^k \rangle \langle T_{i2}^k, I_{i2}^k, F_{i2}^k \rangle \dots \langle T_{in}^k, I_{in}^k, F_{in}^k \rangle]$$

根据证据理论, 可将 $d_i^k$ 看作一条证据, 其Mass函数记为 $m_i^k$ , 可表示为:

$$\begin{cases} m_i^k(\varphi) = 0, & m_i^k(x_j) = \frac{T_{ij}^k}{\sum_{j=1}^n (1 - F_{ij}^k)} \\ m_i^k(\Theta) = 1 - \sum_{j=1}^n m_i^k(x_j) \end{cases} \quad (5)$$

利用D-S证据合成公式, 将专家 $P_k$ 对所有属性关于方案集的评价证据进行合成, 即:

$$m^k(A) = \frac{\sum_{A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n = A} m_1^k(A_1) m_2^k(A_2) \dots m_n^k(A_n)}{1 - \sum_{A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n = \varphi} m_1^k(A_1) m_2^k(A_2) \dots m_n^k(A_n)} \quad (A \in \{x_1, x_2, \dots, x_n\}) \quad (6)$$

则专家 $P_k$ 关于方案集的评价Mass函数向量记为 $m^k$ , 即:

$$m^k = [m^k(x_1) m^k(x_2) \dots m^k(x_n)] m^k(\Theta)$$

## 3 专家群决策数据融合

### 3.1 基于证据冲突度的专家权重确定

在决策过程中, 专家个体受自身专业背景的影响所做出的决策结果与其他专家的决策结果之间可能会存在差异和冲突, 因此在专家赋权中应区别对待。本文采用陈云翔等<sup>[17]</sup>提出的方法, 利用冲突系数和Jousselme距离的组合

证据冲突计算模型来确定各专家所给出的证据冲突程度，并由此赋予其权重。

定义7<sup>[17]</sup> (Jousselme距离) 设 $m_1$ 和 $m_2$ 是在识别框架 $\Theta$ 上的两个Mass函数，则两者之间的距离可表示为：

$$d_{BPA}(m_1, m_2) = \sqrt{\frac{1}{2}(\mathbf{m}_1 - \mathbf{m}_2)^T \mathbf{D}(\mathbf{m}_1 - \mathbf{m}_2)} \quad (7)$$

$$cf_{kl} = \begin{cases} 0, \forall \theta \in 2^\Theta, m_k(\theta) = m_l(\theta) \\ 1, (\cup A_k) \cap (\cup B_l) = \emptyset, \text{where } [m_k(A_k) > 0] \text{ and } [m_l(B_l) > 0] \\ \frac{k_{kl} + d_{kl}}{2}, \cup \{ \arg_{\theta \in \Theta} \max[BetP_{m_k}(\theta)] \} \cap (\cup \{ \arg_{\theta \in \Theta} \max[BetP_{m_l}(\theta)] \}) \\ \frac{k_{kl} + d_{kl}}{2}, \text{其他} \end{cases} \quad (9)$$

式中， $k_{kl}$ ， $d_{kl}$ 分别表示专家 $P_k$ 与专家 $P_l$ 提供的证据之间的冲突系数和Jousselme距离； $\theta$ 为识别框架 $\Theta$ 上的任一假设， $\arg_{\theta \in \Theta} \max(BetP_m(\theta))$ 表示识别框架 $\Theta$ 上的最大支持假设。设专家 $P_k$ 给出的评价证据被专家 $P_l$ 的证据所支持程度记作 $sp_{kl}$ ，则专家 $P_k$ 的权重 $\varphi_k$ 表示为：

$$\varphi_k = \frac{\sum_{l=1, l \neq k}^K sp_{kl}}{\sum_{k=1}^K \sum_{l=1, l \neq k}^K sp_{kl}} \quad (10)$$

式中， $\mathbf{m}_1$ 和 $\mathbf{m}_2$ 为Mass函数的向量形式， $\mathbf{D}$ 为 $2^N \times 2^N$ 的相似性矩阵，其元素表示为：

$$D(A, B) = \frac{|A \cap B|}{|A \cup B|} \quad (A, B \in 2^\Theta) \quad (8)$$

设群决策中方案集所构成的识别框架为 $\Theta$ ，专家 $P_k$ 与 $P_l$ 给出的证据之前冲突度记为 $cf_{kl}$ ，可表示为：

其中

$$sp_{kl} = 1 - cf_{kl} \quad (11)$$

则专家群权重矩阵 $\Phi$ 表示为：

$$\Phi = [\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_k]^T (k=1, 2, \dots, K)$$

### 3.2 考虑专家权重的证据融合

根据式(5)以及D-S证据合成公式，将专家 $P_1, P_2, \dots, P_k$ 的证据进行合成，即可得到最终方案集的Mass函数向量，记作 $\mathbf{m}$ ，即：

$$\mathbf{m} = [m(x_1)m(x_2) \cdots m(x_n) \mid m(\Theta)]$$

表1 专家对分配方案属性的评估

专家	指标	$x_1$	$x_2$	$x_3$
$P_1$	$o_1$	$\langle 0.82, 0.08, 0.10 \rangle$	$\langle 0.74, 0.09, 0.17 \rangle$	$\langle 0.60, 0.17, 0.23 \rangle$
	$o_2$	$\langle 0.75, 0.10, 0.15 \rangle$	$\langle 0.70, 0.09, 0.21 \rangle$	$\langle 0.56, 0.21, 0.23 \rangle$
	$o_3$	$\langle 0.46, 0.24, 0.30 \rangle$	$\langle 0.63, 0.16, 0.21 \rangle$	$\langle 0.75, 0.05, 0.20 \rangle$
	$o_4$	$\langle 0.62, 0.13, 0.25 \rangle$	$\langle 0.58, 0.13, 0.29 \rangle$	$\langle 0.54, 0.20, 0.26 \rangle$
$P_2$	$o_1$	$\langle 0.72, 0.08, 0.20 \rangle$	$\langle 0.60, 0.10, 0.30 \rangle$	$\langle 0.82, 0.06, 0.12 \rangle$
	$o_2$	$\langle 0.85, 0.06, 0.09 \rangle$	$\langle 0.54, 0.13, 0.33 \rangle$	$\langle 0.62, 0.17, 0.21 \rangle$
	$o_3$	$\langle 0.30, 0.25, 0.45 \rangle$	$\langle 0.83, 0.05, 0.12 \rangle$	$\langle 0.64, 0.17, 0.19 \rangle$
	$o_4$	$\langle 0.45, 0.23, 0.32 \rangle$	$\langle 0.68, 0.08, 0.24 \rangle$	$\langle 0.75, 0.12, 0.13 \rangle$
$P_3$	$o_1$	$\langle 0.79, 0.07, 0.14 \rangle$	$\langle 0.62, 0.04, 0.34 \rangle$	$\langle 0.80, 0.04, 0.16 \rangle$
	$o_2$	$\langle 0.81, 0.06, 0.13 \rangle$	$\langle 0.68, 0.12, 0.20 \rangle$	$\langle 0.43, 0.07, 0.50 \rangle$
	$o_3$	$\langle 0.37, 0.18, 0.45 \rangle$	$\langle 0.74, 0.13, 0.13 \rangle$	$\langle 0.60, 0.19, 0.21 \rangle$
	$o_4$	$\langle 0.62, 0.08, 0.30 \rangle$	$\langle 0.46, 0.18, 0.36 \rangle$	$\langle 0.75, 0.08, 0.17 \rangle$



## 4 算例分析

假设现有3个专家 $P_1, P_2, P_3$ 组成一个决策群体,对某高校的3个智慧教室建设方案 $x_j(j=1, 2, 3)$ 进行选优。经过分析,选择以下4个因素作为评估指标即属性:方案可行性( $o_1$ )、方案经济性( $o_2$ )、方案风险可承受性( $o_3$ )以及预期实施效果( $o_4$ )。运用专家咨询法,可得各专家 $P_k(k=1, 2, 3)$ 对于属性集 $o_i(i=1, 2, 3, 4)$ 的以单值中智数表示的数据,具体见表1。

由表1可以获取专家 $P_k$ 的单值中智决策矩阵 $D^k$ ;由式(2)和式(3)确定专家 $P_k$ 关于属性集 $O$ 的权重矩阵 $W^k$ 为:

$$[W_1 W_2 W_3] = \begin{bmatrix} o_1 & 0.423 & 0.198 & 0.174 \\ o_2 & 0.137 & 0.146 & 0.254 \\ o_3 & 0.232 & 0.375 & 0.323 \\ o_4 & 0.218 & 0.269 & 0.197 \end{bmatrix}$$

由式(5)和式(6)得到专家 $P_k$ 关于方案集的评价Mass函数向量,记为 $m^k$ ,即:

$$\begin{bmatrix} m^1 \\ m^2 \\ m^3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.475 & 0.241 & 0.391 \\ 0.467 & 0.252 & 0.231 \\ 0.442 & 0.247 & 0.281 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.127 \\ 0.198 \\ 0.152 \end{bmatrix}$$

由式(9)计算出专家之间关于方案集的评价证据的冲突度 $cf_{kl}$ 。

$$CF=(cf_{kl})_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} 0 & 0.46 & 0.3 \\ 0.46 & 0 & 0.17 \\ 0.31 & 0.17 & 0 \end{bmatrix}$$

由式(10)和式(11)得到专家群权重矩阵 $\Phi=[0.375 \ 0.427 \ 0.416]^T$ 。最后利用D-S证据合成公式得到最终方案集的Mass函数向量,记为 $m$ 。

$$m=[0.483 \ 0.374 \ 0.262]0.116$$

因此,高校智慧教室建设方案的优劣排序为 $x_1 > x_2 > x_3$ ,且 $x_1$ 为最满意的方案。

## 5 结语

对于单值中智数信息环境下的不确定数据融合问题,在属性权重和专家权重均未知的情况下,本文将证据理论与中智集理论进行结合,提出基于中智信息熵的属性权重确定方法。基于证据冲突度确定专家权重,并分别对其相关证据进行融合,从而实现单值中智数信息环境下的不确定数据融合。最后,从智慧校园背景下的智慧教室建设方案选择场景中提炼具体问题,进行算例分析,验证了本文所提出方法的合理性与有效性。

## 参考文献

- [1] ZADEH L A. Fuzzy Sets [J]. Information and Control, 1965, 8(3): 338—353.
- [2] ATANASSOV K T. Intuitionistic Fuzzy Sets [M]. Berlin: Springer, 1999: 1—137.
- [3] Smarandache F. A Unifying Field in Logics: Neutrosophic Logic [M]. American Research Press, 1999: 1—141.
- [4] BELLMAN R E, ZADEH L A. Decision-Making in a Fuzzy Environment [J]. Management Science, 1970, 17(4): 141—164.
- [5] HE Y, CHEN H, ZHOU L, et al. Intuitionistic Fuzzy Geometric Interaction Averaging Operators and Their Application to Multi-criteria Decision Making [J]. Information Sciences An International Journal, 2014, 259: 142—159.
- [6] ZHOU L, TAO Z, CHEN H, et al. Continuous Interval-valued Intuitionistic

- Fuzzy Aggregation Operators and Their Applications to Group Decision Making [J]. Applied Mathematical Modelling, 2014, 38 (7-8): 2190—2205.
- [7] ZHOU L, JIN F, CHEN H, et al. Continuous Intuitionistic Fuzzy Ordered Weighted Distance Measure and Its Application to Group Decision Making [J]. Technological & Economic Development of Economy, 2016, 22 (1): 75—99.
- [8] WU Q, PENG W, ZHOU L, et al. Some New Hamacher Aggregation Operators under Single-valued Neutrosophic 2-tuple Linguistic Environment and Their Applications to Multi-attribute Group Decision Making [J]. Computers & Industrial Engineering, 2018, 116 (1): 144—162.
- [9] HE Y, CHEN H, ZHOU L, et al. Intuitionistic Fuzzy Geometric Interaction Averaging Operators and Their Application to Multi-criteria Decision Making [J]. Information Sciences An International Journal, 2014, 259: 142—159.
- [10] BUDESCU D V, YU H T. To Bayes or Not to Bayes? A Comparison of Two Classes of Models of Information Aggregation [J]. Decision Analysis, 2006, 3 (3): 145—162.
- [11] YANG J B, SINGH M G. An Evidential Reasoning Approach for Multiple-attribute Decision Making with Uncertainty [J]. IEEE Transactions on Systems Man & Cybernetics, 1994, 24 (1): 1—18.
- [12] AL-NAJIAR B, ALSYOUF I. Selecting the Most Efficient Maintenance Approach Using Fuzzy Multiple Criteria Decision Making [J]. International Journal of Production Economics, 2003, 84 (1): 85—100.
- [13] WANG H B, Smarandache F, Sunderraman R, et al. Interval Neutrosophic Sets and Logic: Theory and Applications in computing Hexix: Arizona, 2005.
- [14] WANG H B, Smarandache F, Zhang Y, et al. Single Valued Neutrosophic Sets [J]. Multispace and Multistructure, 2010, 4 (10): 410—413.
- [15] 王坚强, 李新娥. 基于多值中智集的 TODIM方法 [J]. 控制与决策, 2015, 30 (6): 1139—1142.
- [16] 谭睿璞, 张文德, 陈龙龙. 基于单值中智集VIKOR的应急群体决策方法 [J]. 中国安全生产科学技术, 2017, 13 (2): 79—84.
- [17] 陈云翔, 蔡忠义, 张净敏, 等. 基于证据理论和直觉模糊集的群决策信息集结方法 [J]. 系统工程与电子技术, 2015, 37 (3): 594—598.
- [18] 谭睿璞, 张文德, 陈圣群, 等. 异质信息环境下基于案例推理的应急决策方法 [J]. 控制与决策, 2020, 35 (8): 1966—1976.